При счете используется $\alpha = 0{,}8$. Для решения задачи сведений об истокообразной представимости точного решения не потребовалось, так как здесь воспользовались правилом останова по малости невязки (3), выбрав $\varepsilon = 1{,}5\,\delta$. Итак, при $\delta = 0{,}001$ для достижения оптимальной точности при счете явным двухшаговым итерационным процессом потребовалось 14 итераций.

УДК 517.958

# КЛАССИЧЕСКОЕ РЕШЕНИЕ СМЕШАННОЙ ЗАДАЧИ ОДНОМЕРНОГО ВОЛНОВОГО УРАВНЕНИЯ С ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫМ ПОЛИНОМОМ ВТОРОГО ПОРЯДКА В ГРАНИЧНОМ УСЛОВИИ

***Наумовец С.Н.***
*Брестский государственный технический университет, г. Брест*
*Научный руководитель: Корзюк В.И., академик НАН Беларуси, д. физ.-мат. н., проф.*

В замыкании $\overline{Q} = [0,\infty)\times[0,l]$ области $Q = (0,\infty)\times(0,l)$ двух независимых переменных $x = (x_0, x_1) \in \overline{Q} \subset \mathbb{R}^2$ рассмотрим одномерное волновое уравнение

$$\left(\partial_{x_0x_0} - a^2\partial_{x_1x_1}\right)u(\boldsymbol{x}) = f(\boldsymbol{x}), \quad (\boldsymbol{x}) \in \overline{Q}, \tag{1}$$

где $a^2, l$ – положительные действительные числа, $\partial_{x_0x_0} = \partial^2/\partial x_0^2$, $\partial_{x_1x_1} = \partial^2/\partial x_1^2$ – частные производные по $x_0$ и $x_1$ второго порядка. К уравнению (1) на границе $\partial Q$ области $Q$ присоединяются условия типа Коши и граничные условия на боковых ее частях

$$u(0,x_1) = \varphi(x_1), \quad \partial_{x_0}u(0,x_1) = \psi(x_1), \quad x_1 \in [0,l], \tag{2}$$

$$\left(\partial_{x_0}^2 + \beta\partial_{x_0}\right)u(x_0,0) = \mu^{(1)}(x_0), \quad u(x_0,l) = \mu^{(2)}(x_0), \quad \beta \neq 0, x_0 \in [0,\infty). \tag{3}$$

Здесь $f : \overline{Q} \ni x \to f(x)$ – заданная функция на $\overline{Q}$, $\varphi : [0,l] \ni x_1 \to \varphi(x_1) \in \mathbb{R}$, $\psi : [0,l] \ni x_1 \to \psi(x_1) \in \mathbb{R}$ – функции на $[0,l]$, $\mu^{(j)} : [0,\infty) \ni x_0 \to \mu^{(j)}(x_0) \in \mathbb{R}$, заданные функции на $[0,\infty)$, $j = 1,2$.

В аналитическом виде строится классическое решение задачи (1)-(3) и выписываются необходимые и достаточные условия на заданные функции в условиях приведенной задачи, при выполнении которых существует единственное решение изучаемой задачи.

**Список цитированных источников**

1. Корзюк, В.И. Классическое решение первой смешанной задачи одномерного волнового уравнения с условиями типа Коши / В.И. Корзюк, И.С. Козловская, С.Н. Наумовец // Вес. Нац. акад. навук Беларусі. Сер.фіз.-мат. навук. – 2015. – №1. – С. 17-20.
2. Корзюк В.И. Уравнения математической физики: учеб. пособие / В. И. Корзюк. – Минск: БГУ, 2011. – 459 с.

УДК 519.6+517.983

# НЕЯВНЫЙ ИТЕРАЦИОННЫЙ ПРОЦЕСС РЕШЕНИЯ ЛИНЕЙНЫХ НЕКОРРЕКТНЫХ УРАВНЕНИЙ

***Сахвон М.Н.***
*Брестский государственный университет им. А.С. Пушкина, г. Брест*
*Научный руководитель: Матысик О.В., к. физ.-мат. н., доцент*

**1. Постановка задачи.** В действительном гильбертовом пространстве *H* решается линейное уравнение

$$Ax = y, \tag{1}$$

с положительным ограниченным самосопряженным оператором *A*, для которого нуль не является собственным значением. Причем нуль принадлежит спектру оператора *A*, поэтому задача (1) неустойчива и, следовательно, некорректна. Для решения уравнения (1) применим неявный итерационный метод с $\alpha > 0$

$$(E + \alpha A)x_{n+1} = (E - \alpha A)x_n + 2\alpha y,\ x_0 = 0. \tag{2}$$

Однако на практике часто правая часть *y* уравнения (1) бывает неизвестной, а вместо *y* известно приближение $y_\delta: \|y - y_\delta\| \le \delta$, тогда метод (2) примет вид:

$$(E + \alpha A)x_{n+1,\delta} = (E - \alpha A)x_{n,\delta} + 2\alpha y_\delta,\ x_{0,\delta} = 0. \tag{3}$$

**2. Апостериорный выбор числа итераций.** Метод (3) можно сделать эффективным и тогда, когда нет сведений об истокопредставимости точного решения ($x = A^s z, s > 0$), если воспользоваться правилом останова по невязке. Была обоснована возможность применения правила останова по невязке

$$\begin{cases} \|Ax_{n,\delta} - y_\delta\| > \varepsilon, (n < m), \\ \|Ax_{m,\delta} - y_\delta\| \le \varepsilon, \varepsilon = b\delta, b > 1. \end{cases} \tag{4}$$

Доказаны теоремы.

**Теорема 1.** *Пусть* $A = A^* \ge 0$, $\|A\| \le M$ *и пусть момент останова* $m = m(\delta)$ *в методе* (3) *выбирается по правилу* (4), *тогда* $x_{m,\delta} \to x$ *при* $\delta \to 0$.

**Теорема 2.** *Пусть выполнены условия теоремы* 1 *и пусть* $x = A^s z, s > 0$. *Тогда справедливы оценки*